BLOQUE A

PROBLEMA A2. Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x+y-z=2 \\ 2x+z=3 \\ x+5y-7z=4 \end{cases}$$

Si (x , y , 0) es una solución del sistema anterior, ¿cuáles son los valores de x y de y?

Solución:
Resolvemos el sistema por el método de Gauss,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & -7 & 4 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ F_2-2xF_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -6 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ F_3+2xF_2 \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Como, al hacer ceros por debajo de la diagonal principal, obtenemos una fila de ceros el sistema es Compatible Indeterminado.
Para resolverlo utilizamos x e y como incógnitas principales.
De la última matriz del método de Gauss nos queda el sistema,

$$\begin{cases} x+y-z=2 \\ -2y+3z=-1 \end{cases}$$

pasamos la incógnita z a la derecha,

$$\begin{cases} x+y=2+z \\ -2y=-1-3z \end{cases}$$

$$de\ la\ 2^{a} \quad \rightarrow y=\frac{-1-3z}{-2}=\frac{1+3z}{2}$$

sustituyendo en la 2ª ecuación,

$$x+\frac{1+3z}{2}=2+z \quad \rightarrow \quad x=2+z-\frac{1+3z}{2}=\frac{4+2z-1-3z}{2}=\frac{3-z}{2}$$

$$Solución: \quad \begin{cases} x=\dfrac{3-\lambda}{2} \\ y=\dfrac{1+3\lambda}{2} \quad \lambda\in\Re \\ z=\lambda \end{cases}$$

Si (x , y , 0) es una solución sabemos que z = 0, es decir, que λ = 0, por lo que, sustituyendo en la solución general obtenida anteriormente obtenemos los valores de x e y pedidos,

$$x=\frac{3-0}{2}=\frac{3}{2}$$

$$y=\frac{1+3\,.\,0}{2}=\frac{1}{2}$$