

**PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS**  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2005

CONVOCATORIA DE JUNIO 2005

**MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia**  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

**IMPORTANT / IMPORTANTE**

<b>2n Exercici</b> 2º. Ejercicio	<b>MATEMÀTIQUES II</b> MATEMÁTICAS II	<b>Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut</b> Obligatoria en la vía Científico-tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	<b>90 minuts</b> 90 minutos
<b>Barem:</b> / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos. EN NINGÚN CASO SE PODRÁ ELEGIR SIMULTÁNEAMENTE EL PROBLEMA 4.1 Y EL PROBLEMA 4.2.			
Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado. La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.			
Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).			

**EJERCICIO A**

**PROBLEMA 1.** Calcular los valores  $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$  que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} 2AX - 3AY = B \\ AX - AY = C \end{cases}, \text{ donde } X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & 0 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -17 & -30 \\ 10 & 18 \end{pmatrix}$$

(3,3 puntos).

**PROBLEMA 2.** Se consideran el plano  $\pi : y + z - 12m = 0$  ( $m$  parámetro real) y las rectas:  $u : \begin{cases} x = 1 \\ y = z \end{cases}$ ,

$v : \begin{cases} x = 2 \\ y = 2z \end{cases}$  y  $w : \begin{cases} x = 3 \\ y = 3z \end{cases}$ . Sean  $A, B$  y  $C$  los puntos de intersección de  $\pi$  con  $u, v$  y  $w$ , respectivamente.

- Calcular las coordenadas de  $A, B$  y  $C$  en función de  $m$  (1,8 puntos).
- Hallar los valores de  $m$  para los que el área del triángulo  $ABC$  es 1 u.a. (1,5 puntos).

**PROBLEMA 3.** Dadas las curvas  $y = (x-1)^3$ ,  $y = 5 - x^2$  calcular razonadamente:

a) Su punto de corte (1,1 puntos). b) El área encerrada por ellas y el eje OY (2,2 puntos).

**PROBLEMA 4.1.** Probar que el volumen de cualquier cono recto inscrito en una esfera es menor que el 30% del volumen de la misma (3,3 puntos).

**PROBLEMA 4.2.** Cien alumnos prepararon un examen de matemáticas. Se representa por  $x$  el número de problemas hecho por cada alumno en la preparación y por  $y$  la calificación obtenida. Sabiendo que las medias aritméticas de esas variables fueron:  $\bar{x} = 9,2$  e  $\bar{y} = 7,5$ , que el coeficiente de correlación entre esas variables fue 0,7 y que la desviación típica de la variable  $y$  fue el doble que la de la variable  $x$ , se pide obtener, razonadamente:

- Las ecuaciones de las rectas de regresión de  $y$  sobre  $x$  y de  $x$  sobre  $y$  (2 puntos).
- La calificación que la adecuada recta de regresión predice para un alumno que sólo hizo 6 problemas durante la preparación del examen (1,3 puntos).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2005

CONVOCATORIA DE JUNIO 2005

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES II MATEMÁTICAS II	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científicotecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
<p><b>Barem:</b> / Baremo: Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos. EN NINGÚN CASO SE PODRÁ ELEGIR SIMULTÁNEAMENTE EL PROBLEMA 4.1 Y EL PROBLEMA 4.2.</p> <p>Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado. La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.</p> <p>Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para el examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).</p>			

**EJERCICIO B**

**PROBLEMA 1.** El sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} x + \alpha y + \alpha^2 z = 1 \\ x + \alpha y + \alpha z = \alpha \\ x + \alpha^2 y + \alpha^2 z = \alpha^2 \end{cases}$$
 depende del parámetro real  $\alpha$ .

Discutir para qué valores de  $\alpha$  es incompatible, compatible determinado y compatible indeterminado (2 puntos), y resolverlo en los casos compatibles (1,3 puntos).

**PROBLEMA 2.** Hallar las ecuaciones de los planos que pasan por el punto  $(-7, 2, -3)$  y tales que las proyecciones perpendiculares del origen sobre dichos planos son puntos de la recta  $(x, y, z) = (0, 4, 1) + t(1, 0, 0)$  (3,3 puntos).

**PROBLEMA 3.** Hallar las constantes reales  $a$  y  $b$  para que  $f(x) = \begin{cases} x \ln x + a & \text{si } x > 0 \\ b & \text{si } x = 0 \\ \frac{\text{sen} \pi x}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

sea una función continua para todo valor real  $x$  (3,3 puntos).

**PROBLEMA 4.1.** La concentración en sangre de un fármaco después de su toma es  $C(t) = 0,29483t + 0,04253t^2 - 0,00035t^3$  mg/ml, donde  $t$  es el tiempo transcurrido en minutos. Se pide:

- Calcular el periodo de tiempo durante el cual el fármaco actúa (1,8 puntos).
- Determinar en qué instante la concentración del fármaco es máxima (1,5 puntos).

**PROBLEMA 4.2.** De una urna que contiene 6 bolas blancas y 4 bolas negras se extraen bolas sucesivamente y sin devolución. Obtener razonadamente cuántas bolas hay que extraer para que:

- La probabilidad de sacar al menos una blanca sea  $\frac{29}{30}$  (2,8 puntos).
- La probabilidad de sacar al menos una blanca sea 1 (0,5 puntos).

**PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS**  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2005

CONVOCATORIA DE JUNIO 2005

**MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia**  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

**IMPORTANT / IMPORTANTE**

<b>2n Exercici</b> 2º. Ejercicio	<b>MATEMÀTIQUES II</b> MATEMÁTICAS II	<b>Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut</b> Obligatoria en la vía Científico-tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	<b>90 minuts</b> 90 minutos
<b>Barem:</b> / Baremo: S'elegirà l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual sols es faran TRES dels problemes proposats. EN CAP CAS ES PODRÀ ELEGIR SIMULTÀNIAMENT EL PROBLEMA 4.1 I EL PROBLEMA 4.2.			
Cada problema es puntuarà de 0 a 3,3, segons la puntuació màxima indicada en cada apartat. La suma de les puntuacions de cada problema més 0,1 serà la qualificació de la prova.			
Cada estudiant haurà de disposar d'una calculadora científica o gràfica per a l'examen. Es prohibeix la seua utilització indeguda (per a guardar fórmules en la memòria).			

**EXERCICI A**

**PROBLEMA 1.** Calculeu els valors  $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$  que satisfan les equacions següents:

$$\begin{cases} 2AX - 3AY = B \\ AX - AY = C \end{cases}, \text{ on } X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & 0 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -17 & -30 \\ 10 & 18 \end{pmatrix}$$

(3,3 punts).

**PROBLEMA 2.** Es consideren el pla  $\pi : y + z - 12m = 0$  ( $m$  paràmetre real) i les rectes:  $u : \begin{cases} x = 1 \\ y = z \end{cases}$ ,

$v : \begin{cases} x = 2 \\ y = 2z \end{cases}$  i  $w : \begin{cases} x = 3 \\ y = 3z \end{cases}$ . Siguen  $A, B$  i  $C$  els punts d'intersecció de  $\pi$  amb  $u, v$  i  $w$ , respectivament.

a) Calculeu les coordenades de  $A, B$  i  $C$  en funció de  $m$  (1,8 punts).

b) Trobeu els valors de  $m$  per als quals l'àrea del triangle  $ABC$  és 1 u.a. (1,5 punts).

**PROBLEMA 3.** Donades les corbes  $y = (x-1)^3$ ,  $y = 5 - x^2$  calculeu raonadament:

a) El seu punt de tall (1,1 punts). b) L'àrea tancada per aquestes i l'eix OY (2,2 punts).

**PROBLEMA 4.1.** Proveu que el volum de qualsevol con recte inscrit en una esfera és menor que el 30% del volum d'aquesta (3,3 punts).

**PROBLEMA 4.2.** Cent alumnes prepararen un examen de matemàtiques. Es representa per  $x$  el nombre de problemes fet per cada alumne en la preparació i per  $y$  la qualificació obtinguda. Sabent que les mitjanes aritmètiques d'aquestes variables foren:  $\bar{x} = 9,2$  i  $\bar{y} = 7,5$ , que el coeficient de correlació entre aquestes variables fou 0,7 i que la desviació típica de la variable  $y$  va ser el doble que la de la variable  $x$ , es demana obtenir, raonadament:

a) Les equacions de les rectes de regressió de  $y$  sobre  $x$  i de  $x$  sobre  $y$  (2 punts).

b) La qualificació que l'adequada recta de regressió prediu per a un alumne que sols va fer 6 problemes durant la preparació de l'examen (1,3 punts).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS  
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2005

CONVOCATORIA DE JUNIO 2005

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):  
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia  
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES II MATEMÁTICAS II	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científicotecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
<b>Barem:</b> / Baremo: S'elegirà l'EXERCICI A o l'EXERCICI B, del qual sols es faran TRES dels problemes proposats. EN CAP CAS ES PODRÀ ELEGIR SIMULTÀNIAMENT EL PROBLEMA 4.1 I EL PROBLEMA 4.2.			
Cada problema es puntuarà de 0 a 3,3, segons la puntuació màxima indicada en cada apartat. La suma de les puntuacions de cada problema més 0,1 serà la qualificació de la prova.			
Cada estudiant haurà de disposar d'una calculadora científica o gràfica per a l'examen. Es prohibeix la seua utilització indeguda (per a guardar fórmules en la memòria).			

EXERCICI B

**PROBLEMA 1.** El sistema d'equacions lineals 
$$\begin{cases} x + \alpha y + \alpha^2 z = 1 \\ x + \alpha y + \alpha z = \alpha \\ x + \alpha^2 y + \alpha^2 z = \alpha^2 \end{cases}$$
 depèn del paràmetre real  $\alpha$ .

Discutiu per a quins valors de  $\alpha$  és incompatible, compatible determinat i compatible indeterminat (2 punts), i resoleu-lo en els casos compatibles (1,3 punts).

**PROBLEMA 2.** Trobeu les equacions dels plans que passen pel punt  $(-7, 2, -3)$  i que les projeccions perpendiculars de l'origen sobre els esmentats plans són punts de la recta  $(x, y, z) = (0, 4, 1) + t(1, 0, 0)$  (3,3 punts).

**PROBLEMA 3.** Trobeu les constants reals  $a$  i  $b$  perquè  $f(x) = \begin{cases} x \ln x + a & \text{si } x > 0 \\ b & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin \pi x}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

sigués una funció contínua per a tot valor real  $x$  (3,3 punts).

**PROBLEMA 4.1.** La concentració en sang d'un fàrmac després de la seua presa és  $C(t) = 0,29483t + 0,04253t^2 - 0,00035t^3$  mg/ml, on  $t$  és el temps transcorregut en minuts. Es demana:

- Calcular el període de temps durant el qual el fàrmac actua (1,8 punts).
- Determinar en quin instant la concentració del fàrmac és màxima (1,5 punts).

**PROBLEMA 4.2.** D'una urna que conté 6 boles blanques i 4 boles negres s'extrauen boles successivament i sense devolució. Obteniu raonadament quantes boles cal extraure perquè:

- La probabilitat de traure almenys una blanca siga  $\frac{29}{30}$  (2,8 punts).
- La probabilitat de traure almenys una blanca siga 1 (0,5 punts).