PRUEBA PRÁCTICA OPOSICIONES MATEMÁTICAS
A3 ALICANTE 2.009

NOTAS: Tiempo de realización: 3 horas. Calificación: 2,5 puntos cada problema
Resolver cada ejercicio en hojas separadas
Escribir el nombre en la parte superior de cada hoja y en el sobre

---

1º– Sea $\mathcal{M}_3$ el espacio vectorial de las matrices reales cuadradas de orden 3,

(i) Demostrar que el conjunto $\mathcal{A}$ de las matrices reales antisimétricas de orden 3 es un subespacio vectorial de $\mathcal{M}_3$ y obtener razonadamente una base canónica de este subespacio.

(ii) Si $T: \mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{P}_3(\Re)$ es la aplicación lineal definida mediante

$$T\left(\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}\right) := ax + bx^2 + cx^3$$

hallar la matriz de esta aplicación lineal asociada a la base canónica de $\mathcal{A}$ y a la base canónica $\{1,\ x,\ x^2,\ x^3\}$ de $\mathcal{P}_3(\Re)$ y escribir la ecuación matricial de la aplicación lineal.

(iii) Hallar el núcleo y la imagen de esta aplicación lineal y demostrar que es un isomorfismo sobre el conjunto imagen $Im\ T$.

(iv) Comprobar que se cumple el Teorema de las dimensiones.

2º– Sean dos segmentos **AB** y **BC** de igual longitud **d** que están articulados por el punto B. El punto **A** está sobre el origen de coordenadas y el punto **C** varía sobre el eje OX positivo. Encontrar la ecuación del lugar geométrico de un punto **P** situado sobre el segmento **BC** a una distancia **p** del punto **C**. Dibujar el lugar.

3º– Calcular la longitud del arco de curva $y = \ln \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ comprendido entre los puntos de abscisa 2 y 4 .

4º– Se lanza un dado hasta que aparezcan tres resultados distintos. Calcular el número medio de lanzamientos que hay que realizar.

PROVA PRÀCTICA OPOSICIONS MATEMÀTIQUES
A3 ALACANT 2.009

NOTES: Temps de realització: 3 hores. Qualificació: 2,5 punts cada problema
Resoleu cada exercici en fulls separats
Poseu el nom a la part superior de cada full i al sobre

1º– Donat $\mathcal{M}_3$ l'espai vectorial de les matrius reals quadrades d'ordre 3,

(i) Demostreu que el conjunt $\mathcal{A}$ de las matrius reals antisimètriques d'ordre 3 és un subespai vectorial de $\mathcal{M}_3$ i obteniu raonadament una base canònica d'aquest subespai.

(ii) Si $T : \mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{P}_3(\Re)$ és l'aplicació lineal definida mitjançant

$$T\left(\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}\right) := ax + bx^2 + cx^3$$

trobeu la matriu d'aquesta aplicació lineal associada a la base canònica de $\mathcal{A}$ i a la base canònica $\{1, x, x^2, x^3\}$ de $\mathcal{P}_3(\Re)$ i escriure l'equació matricial de l'aplicació lineal.

(iii) Trobeu el nucli i la imatge d'aquesta aplicació lineal i demostreu que és un isomorfisme sobre el conjunt imatge $Im\ T$.

(iv) Comproveu que es verifica el Teorema de les dimensions.

2º– Donats dos segments **AB** i **BC** d'igual longitud **d** que estan articulats pel punt B. El punt **A** està sobre l'origen de coordenades i el punt **C** varia sobre l'eix OX positiu. Trobeu l'equació del lloc geomètric d'un punt **P** situat sobre el segment **BC** a una distància **p** del punt **C**. Dibuixeu el lloc geomètric..

3º– Calculeu la longitud de l'arc de corba $y = \ln \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ comprés entre los punts d'abscissa 2 i 4 .

4º– Llancem un dau fins que obtinguem tres resultats distints. Trobeu el nombre mitjà de llançaments que cal realitzar.