LUGAR GEOMÉTRICO

Un **lugar geométrico** es un conjunto de puntos que satisfacen determinadas propiedades geométricas. Cualquier figura geométrica se puede definir como el lugar geométrico de los puntos que cumplen ciertas propiedades si todos los puntos de dicha figura cumplen esas propiedades y todo punto que las cumple pertenece a la figura. En definición rigurosa, es un subconjunto del conjunto producto RxR (en el caso del plano).

Ejemplos

- **Mediatriz** de un segmento es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos. El lugar geométrico de los P que equidistan a dos puntos fijos A y B (los dos extremos de un segmento de recta, por ejemplo) es una recta, llamada mediatriz. Dicho de otra forma, la mediatriz es la recta que interseca perpendicularmente a un segmento AB en su punto medio ((A + B) / 2).
- La **bisectriz** es Bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de las rectas que forman el ángulo. Fijado un ángulo, delimitado por dos rectas, la bisectriz es la recta que, pasando por el vértice (punto donde se cortan dichas rectas), lo divide por la mitad. Esta recta cumple la propiedad de equidistar a las dos anteriores, convirtiéndose la bisectriz en un caso particular del lugar geométrico que sigue a continuación.
- El lugar geométrico de los puntos del plano que distan una longitud dada d de una recta fija es el conjunto de dos paralelas trazadas a la distancia d de esta recta.
- El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de dos rectas paralelas es la **paralela media**. Se observa que, bajo el punto de vista de que las rectas paralelas se cortan en el infinito -se elimina, pues, la noción de paralelismo-, pasa a ser un sinónimo de la bisectriz, donde el ángulo ha tomado valor nulo. Si, por el contrario, se diferencia el concepto de paralelismo, la bisectriz vuelve a ser, como se ha dicho antes, un caso particular de esta definición y el caso de rectas paralelas, con ángulo 0, es disjunto al de las bisectrices (ángulo no nulo).
- El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de dos recta secantes, es el conjunto formado por dos rectas perpendiculares entre si, que contienen a las bisectrices de los cuatro ángulos que las rectas determinan.
- Las **secciones cónicas** pueden ser descritas mediante sus lugares geométricos:
  - Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a un punto determinado, el centro, es un valor dado (el radio).
  - Una elipse es el lugar geométrico de los puntos tales que la suma de su distancia a dos puntos fijos, los focos, es una constante dada (equivalente a la longitud del semieje mayor de la elipse).
  - La parábola es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a un foco equivale a su distancia a una recta llamada directriz.
  - La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos tales que el valor absoluto de la diferencia entre sus distancias a dos puntos fijos, los focos, es igual a una constante (positiva), que equivale a la distancia entre los vértices.
- El lugar geométrico de los puntos del plano que miran un segmento AB bajo un ángulo dado de amplitud α, está formado por dos arcos de circunferencia de cuerda AB y se llaman **arcos capaces** sobre AB de ángulo α . Observación: En caso que $\alpha = 90°$, los arcos resultan ser dos semicircunferencias de diámetro AB, es decir una circunferencia de diámetro AB. (**Lugar geométrico de Thales**).
- Figuras muy complejas pueden ser descritas mediante el lugar geométrico generado por los ceros de una función o de un polinomio. Por ejemplo, las cuádricas están definidas como el lugar geométrico de los ceros de polinomios cuadráticos. En general, los lugares geométricos generados por los ceros del conjunto de polinomios reciben el nombre de variedad algebraica, las propiedades de dichas variedades se estudian en la geometría algebraica.

2- LUGARES GEOMÉTRICOS

http://garciacapitan.auna.com/

Ejercicio ilustrado

Hallar el lugar geométrico de los puntos medios de las cuerdas que se ven desde el centro de una elipse bajo un ángulo recto.

Lugares

a El lugar geométrico de todos los puntos que están a una distancia dada de un punto dado es una circunferencia que tiene por centro al punto dado y por radio a la distancia dada.

a1 El lugar geométrico de los extremos de segmentos tangentes de la misma longitud a una circunferencia es otra circunferencia concéntrica a la primera.

a2 El lugar geométrico de los puntos cuyo par de tangentes comunes a una circunferencia forman el mismo ángulo es una circunferencia concéntrica a la primera.

a3 El lugar geométrico de los centros de todas las circunferencias de radio dado, tangentes a una circunferencia dada, está formado por dos circunferencias concéntricas a la circunferencia dada, cuyos radios son la suma y la diferencia de los radios dados.

b El lugar geométrico de todos los puntos que están a una distancia dada de una recta dada esta formado por dos rectas, paralelas a la recta dada y situadas a la distancia dada de ellas.

b1 El lugar geométrico de todos los triángulos equivalentes con la misma base es una recta paralela a esa base; lo mismo para los triángulos con la misma altura.

c El lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de dos puntos dados es una recta perpendicular a la recta que une los dos puntos y pasa por su punto medio.

d El lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de dos rectas dadas está formado por dos rectas perpendiculares entre sí que bisecan los ángulos comprendidos entre las dos rectas dadas.

e El lugar geométrico de todos los puntos tales que las rectas que lo unen con los extremos de un segmento dado comprenden un ángulo dado, es un arco de circunferencia que tiene por cuerda al segmento dado. Se le llama **arco capaz** del ángulo dado y se dice que que el segmento **se ve**desde todos puntos del arco bajo un ángulo dado.

e1 El lugar geométrico de los puntos medios de las cuerdas trazadas por un punto dado es una circunferencia, ya que al unir los puntos medios de las cuerdas con el centro de la circunferencia y con el punto dado se forma un ángulo recto.

e2 Consideramos los triángulos ABC inscritos en una circunferencia, con lado común AB. El lugar geométrico de las circunferencias inscritas en estos triángulos es un arco de circunferencia que tiene a AB como cuerda y al punto medio del arco AB como centro. El resto de la circunferencia es el lugar geométrico de las circunferencias exinscritas. Consideramos los triángulos ABC inscritos en una circunferencia, con lado común AB. El lugar geométrico de las circunferencias inscritas en estos triángulos es un arco de circunferencia que tiene a AB como cuerda y al punto medio del arco AB como centro. El resto de la circunferencia es el lugar geométrico de las circunferencias exinscritas .

f El lugar geométrico de todos los puntos cuyas distancias a dos puntos dados estén en una razón dada m:n es una circunferencia.

g El lugar geométrico de todos los puntos cuyas distancias a dos rectas dadas están en una razón dada $m:n$ está formado por dos rectas que pasan por el punto de intersección de las rectas dadas.

g1 Dadas dos rectas AB y CD, buscamos un punto tal que las áreas PAB yPCD estén en una razón dada; el lugar geométrico de CD es el mismo que el anterior, ya que la razón de las alturas es constante.

h El lugar geométrico de los puntos, tales que los cuadrados de las distancias a dos puntos dados es una constante a^2, es una recta perpendicular a la recta que une los dos puntos.

h1 \medskip El lugar geométrico de todos los puntos de donde son iguales las tangentes trazadas a dos circunferencias (o para los que son iguales las potencias respecto de ambas circunferencias) es una recta perpendicular a la recta (el eje radical) que une los centros.

h2 El lugar geométrico de los centros de las circunferencias que cortan a dos circunferencias dadas, cada una según un diámetro, es una recta perpendicular a la línea de centros y a la misma distancia de uno de los centros que el eje radical lo está del otro.

h3 El lugar geométrico de los centros de las circunferencias que cortan ortogonalmente a dos circunferencias dadas es la recta de igual potencia de las dos circunferencias. (Dos circunferencias se cortan ortogonalmente si las respectivas tangentes en el punto de intersección son perpendiculares).

i El lugar geométrico de los puntos tales que los cuadrados de las distancias a dos puntos dados A y B tienen una suma suma constantea^2, es una circunferencia que tiene su centro en el punto medio del segmento que une los puntos dados.

k El lugar geométrico de los puntos, cuyas distancias a dos rectas dadas poseen una suma o diferencia dadas, es un sistema de cuatro rectas.

Ejercicios

1 Determinar un punto que esté a la misma distancia de tres puntos dados.

2 Determinar un punto que esté a la misma distancia de tres rectas dadas.

3 Construir un triángulo conociendo los tres lados.

4 Construir una circunferencia con un radio dado que pase por dos puntos dados.

5 Construir una circunferencia con un radio dado que pase por un punto dado y que sea tangente a una recta dada.

6 Construir una circunferencia con un radio dado que pase por un punto dado y sea tangente a una circunferencia dada.

7 Construir una circunferencia con un radio dado que sea tangente a dos rectas dadas.

8 Construir una circunferencia con un radio dado que sea tangente a una recta dada y a una circunferencia dada.

9 Construir una circunferencia con un radio dado que sea tangente a dos circunferencias dadas.

10 Construir un triángulo conociendo a, h_a y m_a.

11 Trazar, a una circunferencia dada, una tangente sobre la que una recta dada determine un segmento dado.

12a Construir una circunferencia, que pasando por un punto dado, sea tangente a una recta dada en un punto dado.

12b Construir una circunferencia, que pasando por un punto dado, sea tangente a una circunferencia dada en un punto dado.

13 Determinar sobre una circunferencia un punto que esté a una distancia dada de una recta dada.

14 Determinar sobre una recta dada un punto que esté a la misma distancia de dos puntos dados.

15 Construir una circunferencia tangente a dos rectas paralelas y pasando por un punto dado.

16 Desde un punto dado, trazar una tangente a una circunferencia dada.

17 Construir un triángulo conociendo A, a y h_a.

18 Construir un triángulo conociendo A, a y m_a.

19 Hallar un punto desde el que se ven dos segmentos dados bajo dos ángulos dados (Problema de Pothenot).

20 Construir un cuadrilátero inscribible, conociendo un ángulo, un lado contiguo y las dos diagonales.

21 Construir un punto tal que las distancias a tres rectas dadas estén entre ellas en razones dadas.

22 En un triángulo, determinar un punto tal que las distancias a los tres vértices estén entre ellos en unas razones dadas.

23 Por un punto dado, trazar una recta que corte a una circunferencia dada en dos puntos, de tal manera que las distancias de los puntos de intersección a una recta dada sumen una cantidad dada.
Indicación: Determinar el punto medio de la cuerda por **a, cor. 1** y **f**

24 Hallar un punto de tal manera que las tangentes trazadas desde él a dos circunferencias dadas tengan longitudes dadas.

25 Determinar un punto desde el que se vean dos circunferencias dadas bajo dos ángulos dados.

26 En un triángulo dado, inscribir un triángulo isósceles de altura dada, de manera que su base sea paralela a uno de los lados.

27 Trazar una circunferencia cuyo centro esté sobre una recta dada y cuya periferia esté a distancias dadas de dos rectas dadas.

28 Construir un triángulo conociendo A,w_a y r.

29 Construir un cuadrilátero inscribible, conociendo AB, BC, AC y el ángulo formado por las diagonales.

30 Construir un punto tal que las tangentes trazadas desde él a tres circunferencias dadas sean de la misma longitud.

31 Construir un triángulo conociendo A, a y b^2+c^2 .

32 En un triángulo dado, encontrar un punto tal que las líneas que lo unen con los vértices, dividen el triángulo en tres triángulos equivalentes..

Indicación: Sea ABC el triángulo, O el punto buscado. Si AOB y AOC son equivalentes, el lugar geométrico de O es una recta que pasa por A. Como la mediana divide al triángulo en dos partes equivalentes, el punto medio de BC debe ser un punto del lugar; por tanto, el lugar debe ser esa mediana. El punto buscado es, por tanto, el punto de intersección de las medianas

33 En un triángulo dado, inscribir un triángulo donde dos de los lados son dados, y de tal manera que uno de sus vértices sea un punto dado.

34 Construir una circunferencia que sea tangente interiormente a tres circunferencias iguales dadas.

35 Construir un triángulo, conociendo a, h_b y h_c.

36 Determinar un punto cuya distancia al vértice de un ángulo esté dada y las distancias a los lados del ángulo estén en una razón dada.

37 Construir un triángulo, conociendo a, A y b^2-c^2 .

38 Construir un triángulo, conociendo a, h_a y b^2+c^2 .

39 Construir un triángulo rectángulo, conociendo la altura relativa a la hipotenusa, dos puntos de la hipotenusa y un punto de cada uno de los lados .

40 Circunscribir un cuadrado a un triángulo equilátero, de manera que las dos figuras tengan un vértice común.
Indicación: Tratar de encontrar el vértice opuesto del cuadrado

41 Construir un triángulo, conociendo a, A y r.

42 Cortar un segmento dado en dos partes que tengan por media proporcional un segmento dado.

43 Dado un triángulo rectángulo, construir una circunferencia tangente a la hipotenusa, que pase por el vértice del ángulo recto y tenga su centro sobre uno de los lados.

44 Dadas dos rectas paralelas, un punto A en una de ellas y otro punto Oen cualquier lugar fuera, trazar por O una recta que corte en X a la paralela pasando por A y en Y a la otra paralela, de manera que$AX=AY$. *Indicación*: Tratar de determinar el punto medio de XY

45 Determinar un punto desde el que se vean bajo el mismo ángulo tres segmentos AB, BC y CD de una misma recta dada.

46 En un triángulo, determinar un punto desde el que los tres lados parezcan lo mismo de grandes (se vean con el mismo ángulo).

47 Determinar un punto desde el que se vean del mismo tamaño tres circunferencias dadas. *Indicación*: Las distancias del punto a los centros de las circunferencias deben estar entre ellas en razón de los radios; encontrar entonces el punto por medio de \textbf{f}

48 Construir un triángulo conociendo a, h_a y $b:c$.

49 En un cuadrilátero dado, encontrar un punto tal que las distancias a los de los lados opuestos tengan una suma dada y las distancias a los otros estén en una razón dada.

50 Sobre una circunferencia dada, encontrar un punto tal que la suma de las distancias a dos rectas dadas sea mínima.

51 Construir una circunferencia que corte perpendicularmente a tres circunferencias dadas.

52 Construir una circunferencia que corte a tres circunferencias dadas según los diámetros.

53 Inscribir un triángulo rectángulo en una circunferencia dada de manera que cada uno de los lados pase por un punto dado.

54 En una circunferencia dada, inscribir un triángulo rectángulo, conociendo un ángulo agudo y un punto de uno de los lados.

55 Dadas dos bolas sobre el mismo diámetro de un billar circular, determinar cómo debemos lanzar una de ellas para que, después de rebotar, se encuentre con la otra.

3- Lugares geométricos

http://matematica.50webs.com/

1 Se dan los puntos M y B fijos y un ángulo α. Se considera la familia de triángulos ABC tales que M es el punto medio de AC y el ángulo BAC es igual a α. Lugar geométrico de C.

2 En una circunferencia C se considera un punto fijo A y uno variable B. Se traza la tangente t a C en A y se construyen los rombos ABCD que tienen la diagonal AC contenida en t. Hallar el lugar geométrico del vértice D al variar B en C.

3 Sea C una circunferencia de centro O y P un punto de su plano. Se considera la familia de triángulos equiláteros PA_iB_i tales que A_i pertenece a C. Hallar el lugar geométrico de B_i.

4 - Geometría dinámica

http://www.geometriadinamica.cl/2009/01/problemas-lugares-geometricos/

- Inscribir un cuadrado en un triángulo, dado tal que dos vértices del cuadrado deben hallarse sobre la base del triángulo y los otros dos vértices del cuadrado sobre cada uno de los otros dos lados del triángulo, respectivamente.

5- LUGARES GEOMÉTRICOS (L.G.) - Ejercicios

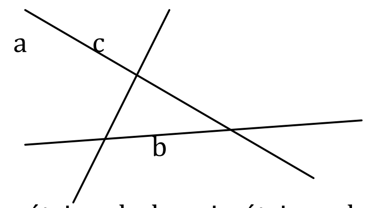
1. Determinar los puntos de un plano que están a una distancia menor que una distancia dada **a** de un punto P del plano.
2. Determinar todos los puntos del espacio que están a una distancia mayor que una distancia dada **a** de un punto P del espacio.
3. Determinar todos los puntos de un plano que equidistan de dos rectas paralelas dadas del plano.
4. Determinar el L.G. de todos los puntos del espacio que están a una distancia dada **a** de un plano dado.
5. Dos puntos A y B están en el plano a una distancia **d** entre sí. Determinar los puntos que están a una distancia **a** de A y a una distancia **b** de B, siendo **a**, **b** y **d** tres trazos dados. Analizar.
6. Determinar los puntos que están a una distancia a de un punto A y a una distancia b de una recta dada L.
7. La distancia entre dos puntos A y B es 10 cm. Determinar los puntos que están a menos de 7 cm de A y a menos de 5 cm de B.
8. La distancia entre dos puntos a y B s 10 cm. Determinar los puntos que están a menos de 7 cm. de A y a menos de 5 cm de B.
9. Determinar los puntos de la región interior de un ángulo de 60º que están a una distancia **a** de un lado y a una distancia **b** del otro lado.
10. Determinar los puntos de la región interior y exterior de un ángulo de 60º que estén a 1 cm de los lados de un ángulo.
11. Dos rectas L_1 y L_2 se cortan oblicuamente formando un ángulo de 120º. Determinar los puntos que están a 1,5 cm. de L_1 y a 1 cm. de L_2.
12. Dos rectas L_1 y L_2 se cortan perpendicularmente. Determinar los puntos que estén a 1,5 cm. de las rectas y a 2,5 cm. del punto de intersección de ellas.
13. Determinar los puntos equidistantes de dos rectas paralelas L_1 y L_2 y que además, estén a una distancia dada a de un punto dado A.
14. Determinar el L.G. de todos los puntos de un plano que están a una distancia dada **a** de una circunferencia de centro P y radio **r**, siendo $a < r$.
15. Determinar los puntos que están a 1,5 cm. de una recta dad L y también a 1,5 cm. de una circunferencia de 2,5 cm. de radio.
16. Un triángulo ABC tiene por medidas, AB = 6 cm., BC = 7 cm, y AC = 5 cm. Determinar los puntos que están a una distancia mayor a 1 cm de los lados de este triángulo.
17. Un triángulo ABC tiene por medidas, AB = 6 cm., BC = 7 cm, y AC = 5 cm. Determinar los puntos que están a 1 cm de los lados AB y AC, y que además, estén a 3 cm del vértice C.
18. Determinar los puntos de un plano que están a una distancia menor a 5 cm de un punto dado A y a una distancia mayor a 3 cm de este mismo punto.
19. Determinar el L.G. de todos los puntos de un plano que equidistan de los extremos de un trazo.
20. Determinar el L.G. de todos los puntos del plano que equidistan de dos puntos dados.
21. Determinar los puntos que equidistan de dos puntos dados A y B, y de los lados de un ángulo dado, perteneciendo todo a un mismo plano.
22. Determinar los puntos que equidistan de tres puntos no colineales de un plano.
23. ¿Cuál es el L.G. de los puntos del espacio que equidistan de dos puntos dados A y B?
24. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias que son tangentes a una circunferencia dada en un punto dado P de ella.

25. Determinar y enunciar el L.G. de los centros de todas las circunferencias tangentes a dos rectas paralelas L_1 y L_2.
26. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias de radio dado a, que son tangentes a una recta dada L.
27. Determinar el L.G. del centro de todas las circunferencias que son tangentes a dos rectas L_1 y L_2 que se cortan.
28. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias tangentes a dos circunferencias concéntricas.
29. Se da una circunferencia de 5 cm de radio. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias de 1,5 cm de radio y que son tangentes a la circunferencia dada.
30. Determinar el L.G. de los puntos medios de todas las cuerdas iguales de un círculo.
31. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias que pasan por dos puntos dados A y B.
32. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias que tienen una cuerda común.
33. Se da un plano P y un punto A, situado a 4 cm del plano. Determinar el L.G. de todos los puntos del plano que están a 5 cm del punto A.
34. Dos puntos A y B del espacio están a 10 cm entre sí. Determinar el L.G. de los puntos que están a 10 cm de A y B.
35. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias de radio dado **a** que cortan ortogonalmente a una circunferencia dada de radio r.
36. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias que cortan a una circunferencia dada O, según una cuerda paralela a una dirección dada L.
37. Determinar el L.G. de los centros de todas las circunferencias tangentes a dos circunferencias concéntricas dadas de radios r_1 y r_2.
38. Determinar el L.G. de los puntos medios de todas las cuerdas que pasan por un punto P, situado fuera del círculo.
39. Dos puntos A y B están en el plano a una distancia de 10 metros. Determinar los puntos que están a 7 metros de A y a 5 metros de B. *(Sol: Intersección de las circunferencias de centro A y radio 7 m. y de centro B y radio 5 m.)*

6- Ejemplos de problemas relacionados con lugares geométricos.

Prof. Daniel Villar davima@montevideo.com.uy

1) Construye una circunferencia tangente a dos rectas coplanarias conociendo el punto de tangencia con una de ellas. Discute según la posición de las rectas.
2) Construye una circunferencia que pase por dos puntos A y B dados y cuyo centro diste una longitud d dada de un punto fijo P.
3) Dados tres puntos alineados A, B y C (en ese orden) encuentra un punto P tal que: <APB=45° y <BPC=60°.
4) Encuentra un punto que equidiste de las rectas a , b y c.



5) Sean A y B dos puntos fijos, distintos. Determina el lugar geométrico de los simétricos de B respecto de una recta variable r que pasa por A.
6) Sea C una circunferencia de diámetro AB. Para todo punto M de C, sea M´ el punto medio de AM. Determina el lugar geométrico de los puntos M´ cuando M varia en C.

7) Sean A y B dos puntos fijos de una recta r. Se traza una circunferencia variable C , tangente en B a r y desde A se traza la segunda tangente AM a la circunferencia, siendo M su punto de tangencia. Determina el lugar geométrico de M. *(Sol: Circunferencia de centro A)*

7- Lugares Geométricos

sencillos, resueltos en ***Lugares aptdo 7.pdf***

1.- Halla el lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia a Q(2, 4) sea igual a 3. ¿De qué figura se trata?

2.- Obtén la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A(2, 3) y B(4, 1).

3.- ¿Cuál es el lugar geométrico cuya suma de distancias a los puntos A(0, 1) y B(0, -1) es 8?. Halla su ecuación.

4.- Identifica y halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia a la recta r1: $x + y + 1 = 0$ sea igual que su distancia a la recta r2: $2x + 2y + 4 = 0$.

5.- Halla la ecuación de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas r1:$x+3y-1=0$ y r2:$3x-y+4=0$.

6.- Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia al punto A(1, 0), es el triple de su distancia a la recta $x = 2$. Identifica la figura que obtienes.

7.- Halla el lugar geométrico de los puntos, P, del plano cuya distancia a A(2, 0) sea el doble de la distancia a B(-1, 0). Identifica la figura resultante.

8.- Halla el lugar geométrico de los puntos del plano, P(x, y), tales que el triángulo ABP sea rectángulo en P, siendo A(2, 1) y B(-6, 1). Interpreta la figura que obtienes.

9.- Halla el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de cuadrados de distancias a los puntos A(-4, 0) y B(4, 0) es 40. Identifica la figura resultante.

8- Problemas de Lugares Geométricos en oposiciones

algunos resueltos con applets en ***yair.es***

1. Sean dos segmentos AB y BC de igual longitud d que están articulados en el punto B, estando A en el origen de coordenadas y C deslizándose sobre el eje OX positivo. Encontrar la ecuación del lugar geométrico de un punto P situado sobre el segmento BC a una distancia p del punto C.
(Propuesto Alicante 2.009)

2. Hallar el lugar geométrico que describe el punto rojo al moverse el punto verde B *(ver applet)*.

3. Sobre la recta $y = a$ ($a>0$) se considera un punto variable P. Sea H la proyección del punto P sobre el eje OX. Determinar la ecuación del lugar geométrico M proyección de H sobre la recta OP.
(Valencia 2009?)

4. Hallar el lugar geométrico de los puntos medios de las cuerdas de la elipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, que son vistas desde el centro bajo un ángulo de 90º.
(Oposiciones 2.000)

5. Sean R y Q las proyecciones ortogonales de un punto P del plano sobre dos rectas fijas e1, e2 que forman un ángulo α.

a) Determinar las ecuaciones del lugar geométrico que describe P si el segmento RQ es de longitud constante.

b) Referir las ecuaciones del lugar a la referencia oblicua que definen las rectas e1, e2.

c) Particularizar para el caso en el que $\alpha=\pi/2$.

(Andalucía 2.002)

6. Dada la curva $xy^2 = 1$ hallar el lugar geométrico desde el que se puede trazar dos tangentes a dicha curva perpendiculares entre si

(Oposiciones cátedra 1973)

9- Problemas de Lugares Geométricos en oposiciones

resueltos en ***oposinet***

134. En un trapecio ABCD, la base mide 9 cm y es fija en posición. El lado AB es paralelo a la base DC, varia en posición, pero su magnitud es siempre igual a 6cm. La diferencia de los lados no paralelos BC y DA se mantienen siempre igual a 1cm. Estos dos lados prolongados se cortan en el punto M. Se pide:
a) Hallar el lugar geométrico del punto M, dando las características que permitan la definición completa de dicho lugar.
b) Dado un punto P situado sobre la mediatriz de DC hacia arriba y a 6cm de este lado, tazar la normal al lugar sin dibujar este, justificando mediante demostración los procedimientos gráficos empleados.

140. Dada la cónica $y^2 = px$ y el haz de rectas $y-a=t(x-b)$, hallar el lugar geométrico de los puntos en que las rectas de este haz cortan a las tangentes a la cónica en los puntos de intersección de esta con el haz de rectas $y=tx$

144. En una circunferencia dada se tienen dos puntos fijos, A y B. Un punto M se mueve recorriendo la circunferencia. Determinar el lugar geométrico de: a) el baricentro; b) el circuncentro; c) el ortocentro; d) el incentro, del triangulo móvil AMB.

149. Dada la elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, si tomamos el extremo B de ordenada positiva del eje menor como centro, se describe una circunferencia de radio igual a dicho eje menor, cortara a la elipse en dos punto P y P ´. Determinar la relación que debe existir entre los semiejes de la elipse para que el triangulo BPP ´ sea equilátero.

161. Sea una circunferencia de centro O y en ella el diámetro AB. Se traza por B una recta que corta a la circunferencia en M. Sobre dicha recta se toma el segmento MC = MB. Las rectas OC y AM se cortan en H. Hallar el lugar geométrico de los puntos H cuando BM gira alrededor de B y construir la figura nomotética del lugar geométrico hallado en la homotecia de centro A y razón – 32 .

162. Dado el conjunto de circunferencias representadas por la ecuación $x_2+y_2-2a\lambda x+\lambda_2-b_2=0$ donde a, b son constantes, $\lambda \in$ IR un parámetro, se pide:
a) La ecuación del lugar geométrico de los puntos de contacto de las tangentes a estas circunferencias, paralelas al eje OX. b) La naturaleza de la curva.

176. Consideren un cubo ABCDA’B’C’D’ donde ABCD y A’B’C’D’ representan respectivamente sus bases superior e inferior, siendo las aristas AA’, BB’, CC’, DD’ paralelas entre sí.

Un punto X se mueve con velocidad constante sobre la línea del perímetro del cuadrado ABCD en el sentido ABCDA. Igualmente, un punto Y se mueve a la misma velocidad sobre la línea del perímetro del cuadrado B’C’CB en el sentido B’C’CBB’.

Los puntos X e Y empiezan a moverse en el mismo instante desde las posiciones de salida A y B’, respectivamente.

Determine y dibuje el camino descrito por el punto medio M del segmento XY.