

**CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS.  
ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS.**

1. INTRODUCCIÓN
  2. CONJUNTOS
  3. SUBCONJUNTOS
  4. OPERACIONES
    - 4.1 UNIÓN
    - 4.2 INTERSECCIÓN
    - 4.3 COMPLEMENTO
    - 4.4 DIFERENCIA DE CONJUNTOS
    - 4.5 DIFERENCIA SIMÉTRICA DE CONJUNTOS
  5. PRODUCTO CARTESIANO
  6. RELACIONES BINARIAS
    - 6.1 RELACIONES DE EQUIVALENCIA
    - 6.2 RELACIONES DE ORDEN
  7. APLICACIONES ENTRE CONJUNTOS
  8. OPERACIONES
    - 8.1 LEYES DE COMPOSICIÓN INTERNA
    - 8.2 LEYES DE COMPOSICIÓN EXTERNA
  9. ESTRUCTURAS
    - 9.1 ESTRUCTURAS CON UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA
    - 9.2 ESTRUCTURAS CON DOS LEYES DE COMPOSICIÓN INTERNA
    - 9.3 ESTRUCTURAS CON UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA Y OTRA EXTERNA
  10. APLICACIONES
  11. DIDÁCTICA
  12. BIBLIOGRAFÍA
-

## CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS. ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS.

### CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS

---

#### 1. INTRODUCCIÓN

- Concepto genérico y básico
- Teoría intuitiva, Cantor
- Teoría axiomática, Zermelo-Fraenkel y Von Neumann-Bernays-Gödel

#### 2. CONJUNTOS

- Conjunto
- Elemento
- Determinación de un conjunto: Extensión y comprensión
- Nomenclatura. Diagramas de Venn
- Cardinal
- Conjunto vacío
- Conjunto unitario
- Igualdad de conjuntos.

#### 3. SUBCONJUNTOS

- Subconjunto. Inclusión
- Nomenclatura y representación
- ❖ Propiedades:
  - i. *Todo conjunto es subconjunto de sí mismo*
  - ii. *Criterio de igualdad de conjuntos*
- Subconjuntos propios e impropios
- Conjunto de las partes de un conjunto
- ❖ Proposición:  $Si \text{card}(A) = n \Rightarrow \text{card } P(A) = 2^n$

#### 4. OPERACIONES

##### 4.1 UNIÓN

- Unión de conjuntos. Representación
- ❖ Propiedades:
  - i. *Idempotente*
  - ii. *Asociativa*

- iii. *Elemento neutro*
- iv. *Conmutativa*
- v. *Elemento universal*

#### 4.2 INTERSECCIÓN

- Intersección de conjuntos. Representación
- Conjuntos disjuntos
- ❖ Propiedades:
  - i. *Idempotente*
  - ii. *Asociativa*
  - iii. *Elemento neutro*
  - iv. *Conmutativa*
  - v. *Elemento ínfimo*
- ❖ Propiedades conjuntas:
  - i. *Leyes de absorción*
  - ii. *Propiedades distributivas*

#### 4.3 COMPLEMENTACIÓN

- Complementario. Representación
- ❖ Propiedades:
  - i. *Unión e intersección*
  - ii. *Complementario del vacío y del universal*
  - iii. *Involución*
  - iv. *Complementarios y subconjuntos*
  - v. *Leyes de Morgan*

#### 4.4 DIFERENCIA DE CONJUNTOS

- Diferencia. Representación
- ❖ Propiedades:

#### 4.5 DIFERENCIA SIMÉTRICA DE CONJUNTOS

- Diferencia simétrica. Representación
- ❖ Propiedades:

### 5. PRODUCTO CARTESIANO

- Producto cartesiano de dos conjuntos
- ❖ Proposición: *Si  $\text{card}(A)=n$  y  $\text{card}(B) = m \Rightarrow \text{card}(A \times B) = n.m$*
- Producto cartesiano de n conjuntos

### 6. RELACIONES BINARIAS

- Relación entre dos conjuntos

- Grafo
- Relación vacía, relación total
- Propiedades posibles: RSAT Conexa

#### 6.1 RELACIONES DE EQUIVALENCIA

- Relación de equivalencia
- Clase de equivalencia
- Conjunto cociente
- Partición de un conjunto
- ❖ Proposición: *El conjunto cociente de una relación de equivalencia es una partición y toda partición define una relación de equivalencia.*

#### 6.2 RELACIONES DE ORDEN

- Relación de orden
- Orden total. Orden parcial
- Orden estricto
- Elementos notables
- ❖ Proposición: *La relación de inclusión en el conjunto de las partes de un conjunto es una relación de orden parcial*

### 7. APLICACIONES ENTRE CONJUNTOS

- Correspondencia. Grafo
- Aplicación. Grafo
- Imagen de un elemento
- Conjunto inicial o dominio. Conjunto final, conjunto imagen.
- Aplicación constante. Aplicación idéntica.
- Aplicación inyectiva, suprayectiva, biyectiva.
- Aplicación recíproca o inversa
- Aplicaciones iguales

## ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS

---

### 8. OPERACIONES

- Operación entre dos conjuntos

#### 8.1 LEYES DE COMPOSICIÓN INTERNA

- Operación interna.
- Propiedades posibles
- Elementos notables
- Partición de un conjunto

- ❖ Proposición: *El conjunto cociente de una relación de equivalencia es una partición y toda partición define una relación de equivalencia.*

## 8.2 LEYES DE COMPOSICIÓN EXTERNA

- Operación externa. Dominio de operadores
- Orden total. Orden parcial
- Orden estricto
- Elemento neutro
- Elemento simétrico
- Elemento regular
- Elemento idempotente
- ❖ Propiedades :
  - Si existe neutro, es único*
  - Si existe simétrico, es único para cada elemento*
  - Todo elemento simetrizable en una operación asociativa es regular*

## 9. ESTRUCTURAS

- Estructura algebraica

### 9.1 ESTRUCTURAS CON UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA

- Semigrupo. Semigrupo conmutativo.
- Monoide. Monoide conmutativo
- Grupo. Grupo abeliano
- ❖ Propiedades :
  - Todo grupo es distinto del vacío*
  - El neutro es único*
  - El simétrico de un elemento dado es único*
  - Todos los elementos de un grupo son regulares*
- Subgrupo
- Subgrupos impropios. Subgrupos propios
- ❖ Teorema: Caracterización de subgrupos: *La condición necesaria y suficiente para que un subconjunto de un grupo sea subgrupo es que sea distinto del vacío y que al operar cualquier elemento del subconjunto con el simétrico de otro se obtenga un elemento del subconjunto.*
- Homomorfismo de grupos. Isomorfismo.

### 9.2 ESTRUCTURAS CON DOS LEYES DE COMPOSICIÓN INTERNA

- Semianillo. Semianillo conmutativo. Semianillo con unidad
- Anillo. Anillo conmutativo. Anillo con unidad.
- ❖ Propiedades :
- Divisor de cero

- Anillo de integridad. Dominio de integridad
- Elemento nilpotente
- Subanillo. Subanillos propios e impropios.
- ❖ Teorema: Caracterización de subanillos:
- Ideal de un anillo
- Ideal principal
- Anillo principal
- ❖ Propiedades :
- Semicuerpo
- Cuerpo. Cuerpo conmutativo.
- ❖ Propiedades :
- i.*
- Subcuerpo.
- ❖ Teorema: Caracterización de subcuerpos:
- Retículo
- ❖ Principio de dualidad de retículos:
- Retículo distributivo
- Retículo complementario
- Álgebra de Boole
- ❖ Teorema:  $(P(U), \cup, \cap, ^-)$  es un álgebra de Boole

### 9.3 ESTRUCTURAS CON UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA Y OTRA EXTERNA

- Módulo sobre un anillo
- Espacio vectorial sobre un cuerpo
- Notación. Vectores, escalares
- Combinación lineal. Sistema generador
- Familias de elementos libres y ligadas
- Bases. Dimensión
- Subespacio vectorial
- ❖ Teorema de caracterización de subespacios

## 10. APLICACIONES

Estos conceptos son la base estructural de las Matemáticas. Sobre ellos se construye el Álgebra y el Análisis Infinitesimal.

## 11. DIDÁCTICA

La teoría de conjuntos no se estudia como tal en Educación Secundaria, pero sus conceptos, simbología y denominaciones tienen una presencia constante, como no puede ser de otra manera.

Así, por ejemplo en la ESO se estudian conjuntos de números, operaciones conmutativas, se estudian el mayor que y la divisibilidad, el cero y el uno tienen un papel primordial y las funciones se dan en casi todos los cursos. Cuando sea conveniente, sobre todo en los cursos superiores pueden agruparse las propiedades y citar los nombres de las estructuras.

En Bachillerato se introduce un mayor rigor en la simbología y nomenclatura y se prepara ya a los alumnos para su inmersión en las matemáticas formales de nivel universitario.

#### RECURSOS

Editor matemático de procesadores de texto

Software de representación de funciones

## 12. BIBLIOGRAFÍA

LIBROS

WEBS