IES LA NUCIA	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	
MATRICES	prueba βeta	2º B 8 / OCT / 2008
NOMBRE	NÚMERO	NOTA

1º– Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 6 \\ -3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 9 \\ 3 & 7 & 11 \end{pmatrix}$, **c**alcular:

(a) **A + 2.B – 3.C**

(b) **A.B** y **B.A**

2º) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, comprobar que $A^2 = 2A - I$, siendo **I** la matriz identidad de orden 3. **U**tilizar esta fórmula para obtener A^4

3º– Hallar todas las matrices que conmutan con la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

4º– Estudiar el rango de la matriz: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & a & 4 \end{pmatrix}$ según los valores de a

CUESTIONES:

(a) **¿E**n matrices, puede efectuarse siempre **A·B** y **B·A ? ¿E**n caso afirmativo, saldrá lo mismo**? ¿E**s verdad que $(\mathbf{A+B})^2 = \mathbf{A}^2 + 2\,\mathbf{A\cdot B} + \mathbf{B}^2$ **?**

(b) Obtener las matrices **A** y **B** que verifiquen el sistema: $\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ A - 3B = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{cases}$

(c) Si $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, comprobar que la inversa de A^3 es $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

I.E.S. Nº 1 - XÀBIA		DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ÁLGEBRA MATRICIAL (I)	**2º C**	**FECHA** 22 / 11 / 01
NOMBRE:	**Nº**	**NOTA:**

OPERACIONES

1º) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}2&5&0\\3&-1&2\\7&-2&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&3&1\\4&0&-2\\2&-1&3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2&4\\3&-1\\0&6\end{pmatrix}$, calcular $(3A-2B)\cdot C$

2º) Hallar todas las matrices *A* que cumplen: $\begin{pmatrix}0&1\\0&2\end{pmatrix}\cdot A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&2\end{pmatrix}$

3º) Si $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$, comprobar que la inversa de A^3 es $A=\begin{pmatrix}1&-3\\0&1\end{pmatrix}$

RANGO

4º) Hallar el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix}1&0&3&-7\\2&4&5&-2\\3&-4&10&-33\\8&-4&25&-68\end{pmatrix}$

5º) Estudiar, según los valores de λ el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&\lambda\end{pmatrix}$

DETERMINANTES

6º) Calcular el valor del determinante: $\begin{vmatrix}2&3&-2&4\\3&-2&1&2\\3&2&3&4\\-2&4&0&5\end{vmatrix}$

7º) Calcular el valor del determinante: $\begin{vmatrix}7&7&7\\10a&10b&10c\\3a^2&3b^2&3c^2\end{vmatrix}$

8º) Resolver la ecuación: $\begin{vmatrix}x&-1&-1&0\\-x&x&-1&1\\1&-1&x&1\\1&-1&0&x\end{vmatrix}=0$

9º) Hallar los valores de λ para que la matriz $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&\lambda\end{pmatrix}$ tenga inversa.

I.E.S. Nº 1 - XÀBIA		DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ÁLGEBRA MATRICIAL (II)	**2º C**	**FECHA** **22 / 11 / 01**
NOMBRE:	**Nº**	**NOTA:**

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

10º) Resolver el sistema: $\begin{cases} x+2y-z+3t=20 \\ 2x+5y+z-t=27 \\ -3x-2y+20z-33t=-95 \\ 4x+10y+24z+14t=124 \end{cases}$

11º) Discutir, por el método de Gauss y aplicando el Teorema de Rouché-Frobenius, y resolver, según los valores de λ, el sistema: $\begin{cases} x+y+z=a \\ x-y+\lambda z=2 \\ \lambda x+y+z=4 \end{cases}$

12º) Discutir y resolver, por la Regla de Cramer, según los valores de λ, el sistema del ejercicio anterior.

13º) Determinar los valores de a para los cuales el sistema: $\begin{cases} -ax+y-z=0 \\ -ax+(a-1)y=0 \\ -x-2y+(a+1)z=0 \end{cases}$ tiene solución distinta de la trivial y hallar la solución para uno de dichos valores de a

14º) Hallar tres números que suman 111, sabiendo que el primero de ellos más el doble del segundo más el triple del tercero suman 236 y que el triple del primero menos el doble del segundo más el tercero da exactamente 100.

15º) Se tienen tres lingotes de oro, compuestos, uno de 20 g de oro, 30 g de plata y 40 g de cobre, otro de 30 g de oro, 40 g de plata y 50 g de cobre y un tercero de 40 g de oro, 50 g de plata y 90 g de cobre. Se desea saber qué peso habrá que tomar de cada uno de los lingotes para obtener un nuevo lingote de 34 g de oro, 46 g de plata y 67 g de cobre.

16º) La suma de las edades de un padre y sus dos hijos es 73 años. Dentro de 10 años, las edad del padre será el doble de la edad del hijo menor. Hace 12 años la edad el hijo mayor era doble de la edad de su hermano. Si aún estás ahí, ¿podrías decir la edad de cada uno?

17º) La suma de las tres cifras de un número es 7. La cifra de las centenas es igual a la suma de la cifra de las decenas más el doble de la cifra de las unidades. Si se invierte el orden de las cifras, el número disminuye en 297 unidades. Calcula dicho número.

$$\begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} \quad \begin{cases} \bullet x+\bullet y+\bullet z=\bullet \\ \bullet x+\bullet y+\bullet z=\bullet \\ \bullet x+\bullet y+\bullet z=\bullet \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} \quad \begin{cases} \bullet x+\bullet y+\bullet z=\bullet \\ \bullet x+\bullet y+\bullet z=\bullet \\ \bullet x+\bullet y+\bullet z=\bullet \end{cases}$$

SISTEMAS de ECUACIONES lineales

Resolver las siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

Nº y TIPO	SISTEMA	SOLUCIÓN	Comprobado
1º- EL FÁCIL:	$\begin{cases} x+2y+3z=10 \\ 2x+5y-4z=-12 \\ 3x-9y+5z=48 \end{cases}$	(, ,)	
2º- EL LIADO:	$\begin{cases} x+3y+5z=9 \\ 2x+9y-6z=21 \\ -3x+7y+z=5 \end{cases}$	(, ,)	
3º- EL GRANDE:	$\begin{cases} x+2y+3z+4t=13 \\ 2x+5y+9z-8t=18 \\ 5x+7y-3z+4t=-2 \\ 3x-2y+4z+2t=22 \end{cases}$	(, , ,)	

Sin Problema:

4º- Tres tristes tigres comen trigo en un trigal. Entre los tres comen **13 Kg** de trigo, pero el **doble** de lo que come el **primero** más el **cuádruple** de lo que come el **segundo**, más el **triple** de lo que come el **tercero** resulta **35 Kg** y, para más emoción, **cinco** tigres como el **primero** y **siete** como el **segundo** y **dos** como el **tercero** comerían **58 Kg** (de trigo, claro), Se pregunta: ¿Cuánto trigo come cada trigre? ¿Es cierto que los trigres comen trigo? ¿Por qué dimitió el cuidador de tigres?

5º- Un vendedor de pilas nos cobra por **una pequeña**, **dos medianas** y **una grande, 305 ptas**. (unos 2'1 €). En otra ocasión por **dos pequeñas**, **tres medianas** y **dos grandes**, **615 ptas** (lo que sea en €). Sabiendo que **cinco pequeñas** y **seis grandes** cuestan lo mismo que **doce medianas**, ¿Cuánto **pela** vale cada **pila**?

I. E. S. LA NUCIA	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS		
MATRICES			2º B 18 / OCT / 2007
NOMBRE		NÚMERO	NOTA

1º– **D**adas las matrices $A=\begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 6 \\ -3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 9 \\ 3 & 7 & 11 \end{pmatrix}$,

calcular $\mathbf{A.B + 2.\ B.A - 3.C}$

2º– **R**esolver la ecuación matricial: $\mathbf{2X - C = A.B}$, siendo **A**, **B** y **C** las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3º– **H**allar todas las matrices cuadradas que conmutan con $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$.

¿Crees que este conjunto de matrices cumple todas las propiedades estudiadas para la suma, producto por un nº y producto de matrices?

4º– **C**alcular el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 & -7 \\ 2 & 13 & 5 & -2 \\ -3 & -4 & 10 & 11 \\ -8 & -8 & -5 & 2 \end{pmatrix}$

CUESTIONES

- Si A es una matriz cuadrada n x n, tal que $\mathbf{A^2 = A}$ e **I** es la matriz unidad de orden n, ¿Qué matriz es $\mathbf{B^2}$, si **B = 2A – I** ?

- ¿Cómo deben ser las matrices rectangulares **M** y **N** para que puedan efectuarse las multiplicaciones **MN** y **NM** ? Razonarlo.

- Explicar los conceptos de **combinación lineal** e **independencia lineal**. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$, comprobar que las dos primeras filas son independientes y que la tercera es combinación lineal de ellas. Razonar el proceso utilizado.

- ¿Qué es una matriz simétrica? ¿Y una antisimétrica? ¿Por qué los elementos de la diagonal principal de una matriz antisimétrica han de ser nulos?

I. E. S. LA NUCIA	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	
MATRICES	prueba βeta	**2º B** 17 / OCT / 2006
NOMBRE	NÚMERO	NOTA

1º– Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 6 & 4\\ 5 & 1 & -2\\ 7 & -2 & 3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & -3 & 10\\ -4 & 6 & 5\\ -2 & 4 & 8\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}9 & -4\\ 3 & 1\\ 0 & 6\end{pmatrix},\quad \text{calcular } (5A-3B)\cdot C$$

1º– Dada las matriz $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, calcular $\mathbf{B}^2$, $\mathbf{B}^3$ y $\mathbf{B}^4$ y obtener una fórmula general para $\mathbf{B}^n$

3º– Hallar todas las matrices cuadradas que conmutan con $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 4 & 7\end{pmatrix}$, es decir, las matrices **X** que cumplen que $\mathbf{A\cdot X = X\cdot A}$

4º– Estudiar el rango de la matriz: $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & a & 4\end{pmatrix}$ según los valores de a

5º– Hallar el rango de la matriz del siguiente sistema de ecuaciones y resolverlo:

$$\begin{cases} x+4y+2z+3t=27\\ 2x+9y+7z-5t=21\\ -3x+2y-5z+4t=0\\ 3x+12y+7z-6t=24\end{cases}$$

CUESTIO NES:

(a) ¿En matrices, puede efectuarse siempre **A·B** y **B·A ?** **¿E**n caso afirmativo, saldrá lo mismo**?** **¿E**s verdad que $\mathbf{(A+B)^2 = A^2 + 2\,A\cdot B + B^2}$ **?**

(b) Obtener las matrices **A** y **B** que verifiquen el sistema:

$$\begin{cases} 2A+B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ -2 & 1 & 0\end{pmatrix}\\ A-3B=\begin{pmatrix}-4 & -3 & -2\\ -1 & 0 & -1\end{pmatrix}\end{cases}$$

(c) Si $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, comprobar que la inversa de A^3 es $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

I. E. S. Nº 1 - XÀBIA	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	
MATRICES y SISTEMAS de ECUACIONES LINEALES		2º Bach C 5 / 11 / 03
NOMBRE	NÚMERO	NOTA

1º) **D**adas la matriz $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\3&0&1\end{pmatrix}$, calcular A^{100} y A^n

2º) **H**allar, según los valores de k, el rango de la matriz: $A=\begin{pmatrix}1&3&-3\\2&-1&1\\3&2&-k\end{pmatrix}$

3º) **D**iscutir y resolver, según los valores de λ el sistema: $\begin{cases}x+y+z=\lambda-1\\ax+2z=\lambda\\x+ay+z=1\end{cases}$

4º) **H**allar todas las matrices cuadradas de orden 2 que conmuten con la matriz $A=\begin{pmatrix}1&0\\3&-2\end{pmatrix}$

5º) **D**emostrar que dada una matriz cuadrada A, la matriz $\frac{1}{2}(A+A')$ m es una matriz simétrica y que la matriz $\frac{1}{2}(A-A')$ es una matriz antisimétrica. **D**emostrar, además, que toda matriz cuadrada puede expresarse como suma de una matriz simétrica y una antisimétrica.

( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )

I. B. HISTORIADOR CHABÁS	SEMINARIO DE MATEMÁTICAS	
Á L G E B R A (I)		**COU D** 25/10/97
NOMBRE	NÚMERO	NOTA

PROBLEMA 1:

Estudiar en función de los valores del parámetro **a** la compatibilidad y soluciones del siguiente sistema en **R**. Obtener, si es posible, una solución con $z = a$.

$$\begin{cases} x + y \quad + 2t = 3 \\ 3x - y + z - t = 1 \\ 5x - 3y + 2z - 4t = a \\ 2x + y + z + t = 2 \end{cases}$$

PROBLEMA 2:

Discutir y resolver, según los valores de **k** el sistema: $\begin{cases} x + ky + z = k + 2 \\ x + y + kz = -2(k+1) \\ kx + y + z = k \end{cases}$

CUESTIÓN 1:

Hallar todas las matrices cuadradas que conmutan con $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ¿Crees que este conjunto de matrices cumple todas las propiedades estudiadas para la suma, producto por un nº y producto de matrices?

CUESTIÓN 2:

Calcular la 20-ava potencia de la matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1/20 & 1/20 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

CUESTIÓN 3:

(a) ¿En matrices, puede efectuarse siempre **A·B** y **B·A** ? ¿En caso afirmativo, saldrá lo mismo? ¿Es verdad que $(A+B)^2 = A^2 + 2\,A\cdot B + B^2$?

(b) ¿Un sistema de 2 ecs. lineales con 3 incógnitas puede ser incompatible? ¿Por qué?

(c) ¿Si un sistema de 2 ecs. con 2 incógnitas tiene infinitas soluciones y otro sistema análogo difiere de él sólo en los términos independientes, puede este tener solución única?